

Sémantique computationnelle - LI3342

Contrôle continu - Devoir sur table
Durée 1h45 – Documents non autorisés
03 Mars 2010

Traductions en logique des prédicats

1. Traduisez chacun des exemples en (1) en logique des prédicats. Indiquez à chaque fois la signification des constantes que vous utilisez.

- (1)
 - a. Tous les gens qui font confiance à tout le monde sont malheureux.
 - b. Un guerrier n'épargne aucun adversaire.

Correction :

- (2)
 - a. $\forall x((P(x) \wedge \forall y(P(y) \rightarrow C(x,y))) \rightarrow M(x))$
 - b. $\forall x(G(x) \rightarrow \neg \exists y(A(y,x) \wedge E(x,y)))$

2. Pour chacun des exemples en (3) donnez une représentation russelienne du contenu asserté et du contenu présupposé. Indiquez pour chaque exemple où se trouve le contenu présupposé. Indiquez à chaque fois la signification des constantes que vous utilisez.

- (3)
 - a. Seul Lemmy joue de la basse.
 - b. C'est Roberto qui a créé le groupe.
 - c. Lars aussi est en retard.

Correction : la représentation russelienne est la conjonction logique des contenus assertés et présupposés.

- (4)
 - a. \neg Assertion : $\forall x(x \neq l \rightarrow \neg PB(x))$ (i.e. Lemmy ne joue rien d'autre que de la basse)
 \neg Présupposé : $PB(l)$ (i.e. Lemmy joue de la basse)
 - b. \neg Assertion : $C(r,g)$ (i.e. Roberto a créé le groupe)
 \neg Présupposé : $\exists xC(x,g)$ (i.e. quelqu'un a créé le groupe)¹
 - c. \neg Assertion : $R(l)$ (i.e. Lars est en retard)
 \neg Présupposé : $\exists x(x \neq l \wedge R(x))$ (i.e. Quelqu'un différent de Lars est en retard)

Inférences

1. Dans chacun des exemples en (5) un constituant est distingué en **gras**. Paraphrasez le contenu des inférences déclenchées par ce constituant et précisez s'il est présuppositionnel. Justifiez vos réponses.

- (5)
 - a. Il est **possible** que Jean soit en retard.
 - b. **Même** un enfant peut comprendre la logique.

¹Ce à quoi s'ajoute la présupposition du défini *le groupe*, mais qui n'était pas nécessaire.

- c. Jean est anglais **donc** courageux.
- d. Bernadette a **de nouveau** oublié son parapluie.

Correction

- (6) a. –*Inférence* : Il n'est pas certain que Jean soit en retard.
 –*Présuppositionnel* : Non, l'inférence ne résiste pas à la négation, ni à la forme interrogative.
- b. –*Inférence* : Un enfant est le moins susceptible de comprendre la logique.
 –*Présuppositionnel* : Oui, l'inférence résiste à la forme interrogative :
Est-ce que même un enfant peut comprendre la logique ?
- c. –*Inférence* : Les anglais sont tous courageux.
 –*Présuppositionnel* : Oui, l'inférence résiste à la forme interrogative et l'enchâssement sous un modal :
 –*Est-ce que Jean est anglais donc courageux ?*
 –*Il est possible que Jean soit anglais donc courageux.*
- d. –*Inférence* : Bernadette a déjà oublié son parapluie auparavant.
 –*Présuppositionnel* : Oui, l'inférence résiste à la forme interrogative et l'enchâssement sous un modal.

Sémantique des questions

Dans ce problème, on s'intéresse à la sémantique des questions et à leur représentation en formules de la logique. Pour simplifier on limite le domaine empirique aux questions dites *partielles*, c'est-à-dire qui interrogent sur l'identité d'un constituant et non sur la vérité d'une proposition.

On propose de représenter la sémantique comme une abstraction propositionnelle, c'est-à-dire sous forme de lambda-terme où le lambda correspond à l'élément interrogatif de la question. Par exemple (7-a) recevra la représentation en (7-b).

- (7) a. Qui est fâché ?
 b. $\lambda x.F(x)$

Une réponse à une question sera dite *vraie* si, combinée à la représentation de la question, elle fournit une proposition qui est vraie dans le modèle.

On se donne le modèle : $M = \langle U, I \rangle$ avec : $U = \{\text{Alain, Béatrice, Kant, Donald Duck, Esther}\}$.

$I(a) = \text{Alain} ; I(b) = \text{Béatrice} ; I(k) = \text{Kant} ; I(d) = \text{Donald Duck} ; I(e) = \text{Esther}$

$I(P) = \{\text{Alain, Kant}\} ; I(R) = \{\text{Alain, Béatrice}\} ; I(F) = \{\text{Béatrice}\}$

$I(A) = \{\langle \text{Alain, Béatrice} \rangle, \langle \text{Kant, Esther} \rangle, \langle \text{Esther, Kant} \rangle\}$

Avec les correspondances suivantes :

- $A(x, y) : x$ aime y
- $R(x) : x$ a été récompensé
- $P(x) : x$ est un philosophe
- $F(x) : x$ est fâché

1. Pour chacun des échanges de (8) à (10) :
 - Donnez la représentation logique de la question de a et de la réponse de b

– Indiquez si la réponse de b est vraie par rapport à la question de a dans M ; précisez pourquoi.

- (8) a. Qui est aimé par Kant ?
b. Esther.
- (9) a. Qui aime tout le monde ?
b. Alain.
- (10) a. Qui est un philosophe fâché ?
b. Kant.

Correction :

- (11) a. $\lambda x.A(k,x)$
b. e
c. *Application de la réponse à la question : $A(k,e)$*

La réponse est vraie dans le modèle : $\langle \text{Kant}, \text{Esther} \rangle \in I(A)$

- (12) a. $\lambda x.\forall yA(x,y)$
b. a
c. *Application de la réponse à la question : $\forall yA(a,y)$*

La réponse est fausse dans le modèle : il existe (au moins) un individu y tel que $\langle \text{Alain}, y \rangle \notin I(A)$, par exemple *Kant*

- (13) a. $\lambda x.(P(x) \wedge F(x))$
b. k
c. *Application de la réponse à la question : $P(k) \wedge F(k)$*

La réponse est fausse dans le modèle : $\text{Kant} \notin I(F)$

2. **Problème de Donald Duck** : On s'intéresse maintenant à l'énoncé (14) :

- (14) Kant est fâché si on récompense quel philosophe ?
- (a) Donnez une représentation en forme logique de cette question.
- (b) Démontrez qu'avec cette sémantique, la réponse (15) est vraie dans M , et expliquez pourquoi.
- (15) Donald Duck.
- (c) Comme la réponse (15) n'est intuitivement pas une bonne réponse à (14), proposez une modification de la forme logique associée à (14) pour que (15) ne soit plus une réponse vraie dans M . Détaillez votre raisonnement.

Correction :

- (a) $\lambda x.((P(x) \wedge R(x)) \rightarrow F(k))$

- (b) La réponse appliquée à la forme ci-dessus donne $((P(d) \wedge R(d)) \rightarrow F(k))$ qui est vraie dans le modèle puisque son antécédent est faux : Donald Duck n'est pas un philosophe et la première conjonction est donc fausse.
- (c) On veut que les seules réponses vraies le soient uniquement pour des philosophe invités, par conséquent on rajoute ces conditions à la formule de ci-dessus :
- $$\lambda x.(P(x) \wedge R(x)) \wedge ((P(x) \wedge R(x)) \rightarrow F(k))$$
3. **Questions multiples** : on s'intéresse au cas particulier des questions multiples comme (16-a) :

- (16) a. Qui aime qui ?
 b. Alain, Béatrice.

De manière naturelle, on suppose que leur représentation contient autant de lambda-abstractions que de mots interrogatifs contenus dans la question.

Une réponse du type (16-b) est traitée en plusieurs étapes : on applique le premier constituant à la représentation de la réponse, puis on applique le deuxième constituant.

Détaillez le résultat de cette procédure appliquée à l'exemple en (16) et précisez si la réponse est (16-b) est vraie dans M .

Correction :

- Forme de la question : $\lambda x \lambda y. A(x, y)$
- Première partie de la réponse : $(\lambda x \lambda y. A(x, y))a = \lambda y. A(a, y)$
- Deuxième partie de la réponse : $(\lambda y. A(a, y))b = A(a, b)$
- La réponse est vraie dans M : $\langle \text{Alain, Béatrice} \rangle \in I(A)$